

厦门大学附属中学 2019 学年第二学期高一平行班数学第二次月考试卷

一、选择题

- 直线 $x=1$ 的倾斜角为 ()
A. 不存在 B. 0 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$
- 以边长为 1 的正方形的一边所在直线为旋转轴, 将该正方形旋转一周所得圆柱的侧面积等于 ()
A. 2π B. π C. 2 D. 1
- 直线 l 过点 $(-1, 2)$ 且与直线 $2x-3y+4=0$ 垂直, 则 l 的方程是 ()
A. $2x-3y+5=0$ B. $2x-3y+8=0$ C. $3x+2y+7=0$ D. $3x+2y-1=0$
- 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1+a_3+a_5=3$, 则 $S_5=$ ()
A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3, AC=2, BC=\sqrt{10}$, 则 $AB \cdot AC=$ ()
A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
- 圆 $(x+2)^2+y^2=4$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 的公切线共有 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条
- 一个正方体的各个顶点均都在同一球的球面上, 若该球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, 则该正方体的表面积为 ()
A. 24 B. 18 C. 12 D. 6
- 已知 m, n 为异面直线, $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β , 直线 l 满足 $l \perp m, l \perp n, l \not\subset \alpha, l \not\subset \beta$, 则 ()
A. $\alpha \perp \beta$ 且 $l \perp \alpha$
B. $\alpha \perp \beta$ 且 $l \perp \beta$
C. α 与 β 相交, 且交线垂直于 l
D. α 与 β 相交, 且交线平行于 l
- 设 $x \in \mathbb{R}$, 记不超过 x 的最大整数为 $[x]$, 令 $\{x\} = x - [x]$, 则 $\left\{\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right\}, \left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right], \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ()
A. 是等差数列但不是等比数列
B. 是等比数列但不是等差数列
C. 既是等差数列又是等比数列
D. 既不是等差数列也不是等比数列
- $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c^2 = (a-b)^2 + 6, C = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()
A. 3 B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

11. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k = ()$

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

12. 设两圆 C_1, C_2 都和两坐标轴相切, 且都过点 $(4, 1)$, 则两圆心的距离 $|C_1 C_2| = ()$

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 8 D. $8\sqrt{2}$

二、填空题

13. 已知正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, E 为 $C_1 D_1$ 的中点, 则异面直线 AE 与 BC 所成角的余弦值为_____.

14. 《九章算术》“竹九节”问题: 现有一根 9 节的竹子, 自上而下各节的容积成等差数列, 上面 4 节的容积共 3 升, 下面 3 节的容积共 4 升, 则第 5 节的容积为_____升.

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

16. 无穷数列 $\{a_n\}$ 由 k 个不同的数组成, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $S_n \in \{2, 3\}$, 则 k 的最大值为_____.

三、解答题

17. (本题满分 10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = -\frac{5}{13}, \cos B = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 设 $BC = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本题满分 12 分) 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = 10$, 且 a_3, a_6, a_{10} 成等比数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的和 S_{20} .

19. (本题满分 12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a \sin A + c \sin C - \sqrt{2} a \sin C = b \sin B$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $A = 75^\circ, b = 2$, 求 a, c .

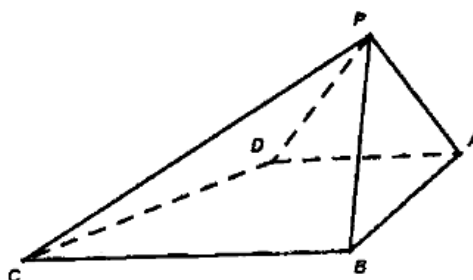
20. (本题满分 12 分) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{3}$, 公比 $q = \frac{1}{3}$.

(1) S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $S_n = \frac{1 - a_n}{2}$;

(2) 设 $b_n = \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

21. (本题满分 12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$, $BC = 2AD$, $\triangle PAB$ 和 $\triangle PAD$ 都是边长为 2 的等边三角形.

- (1) 证明: $PB \perp CD$;
- (2) 求点 A 到平面 PCD 的距离.



第21题图

22. (本题满分 12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $y = x^2 - 6x + 1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 若圆 C 与直线 $x - y + a = 0$ 交于 A, B 两点, 且 $OA \perp OB$, 求 a 的值.