

一、选择题

1. 已知直线  $a$  的倾斜角为  $45^\circ$ ，则  $a$  的斜率是（ ）

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases}$ ，则目标函数  $z = 2x + y$  的最小值为（ ）

- A. 6                      B. 4                      C. 3                      D. 2

3. 不等式  $\frac{1-x}{x+2} \geq 0$  的解集为（ ）.

- A.  $[-2, 1]$                       B.  $(-2, 1]$   
C.  $[-2, 1)$                       D.  $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

4. 若数列  $\{a_n\}$  中， $a_n = 46 - 3n$ ，则当  $S_n$  取最大值时， $n =$ （ ）

- A. 14                      B. 15                      C. 15 或 16                      D. 16

5. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ ，则  $a_{2019} =$ （ ）

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

6. 设甲、乙两楼相距  $20m$ ，从乙楼底望甲楼顶的仰角为  $60^\circ$ ，从甲楼顶望乙楼顶的俯角为  $30^\circ$ ，

则甲、乙两楼的高分别是（ ）

- A.  $\frac{15}{2}\sqrt{3}m, \frac{20}{3}\sqrt{3}m$                       B.  $10\sqrt{3}m, 20\sqrt{3}m$   
C.  $10(\sqrt{3} - \sqrt{2})m, 20\sqrt{3}m$                       D.  $20\sqrt{3}m, \frac{40}{3}\sqrt{3}m$

7. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_n = 2a_n - 1$ ，则  $\frac{S_6}{a_6} =$ （ ）

- A.  $\frac{63}{32}$                       B.  $\frac{31}{16}$                       C.  $\frac{123}{64}$                       D.  $\frac{127}{128}$

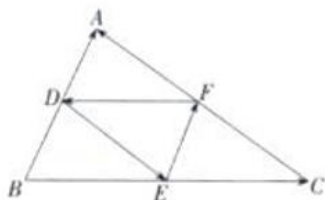
8. 若  $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + y = 2$ ，则  $\frac{2}{xy}$  的最小值为（ ）

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

9. 下列结论成立的是 ( )

- A. 若  $ac > bc$ , 则  $a > b$       B. 若  $a > b$ ,  $c < d$ , 则  $a + c > b + d$   
 C. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 则  $a - d > b - c$       D. 若  $a < b < 0$ , 则  $a^2 > b^2$

10. 已知点  $D, E, F$  分别是  $\triangle ABC$  的边的中点, 则下列等式中正确的是 ( )



- A.  $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{FA}$       B.  $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$   
 C.  $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{EC}$       D.  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FD}$

11. 已知数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  是等比数列, 那么下列一定是等比数列的是 ( )

- A.  $\{k \cdot a_n\}$       B.  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$   
 C.  $\{a_n + b_n\}$       D.  $\{a_n \cdot b_n\}$

12. 设  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  是任意的非零向量, 则下列结论不正确的是 ( )

- A.  $\vec{0} \cdot \vec{a} = \vec{0}$       B.  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$   
 C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$       D.  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$

## 二、填空题

13. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 向量  $\vec{a} = (x, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, -2)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $|\vec{a}| =$  \_\_\_\_\_

14. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = \frac{3}{2}$ ,  $a_4 = 12$ , 则  $q =$  \_\_\_\_\_;  $a_n =$  \_\_\_\_\_. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

15. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3, a_{10}$  是方程  $x^2 - 3x - 5 = 0$  的两个根, 则  $a_5 + a_8 =$  \_\_\_\_\_.

16. 若不等式  $x^2 - ax + 4 > 0$  对  $\forall x \in (0, +\infty)$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 设  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{2\pi}{3}$ , 求:

(1)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;

(2)  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ ;

18.  $\triangle ABC$  三个内角 A,B,C 对应的三条边长分别是  $a, b, c$ , 且满足  $c \sin A = \sqrt{3}a \cos C$ .

(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 若  $b = 2$ ,  $c = \sqrt{7}$ , 求  $a$ .

19. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_2 = 4$ ,  $S_5 = 30$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $b_n = \frac{1}{S_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ .

20. 已知平面向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{a} = (1, 2)$ .

(1) 若  $\vec{b} = (0, 1)$ , 求  $|\vec{a} + 2\vec{b}|$  的值;

(2) 若  $\vec{b} = (2, m)$ ,  $\vec{a}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  共线, 求实数  $m$  的值.

21. 在  $\triangle ABC$  中,  $a^2 + c^2 = b^2 + ac$ .

(1) 求  $\angle B$  的大小;

(2) 若  $a + c = 6$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{3}$ , 求  $b$ .

22. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + 2$ .

(1) 设  $b_n = a_n + 2$ , 证明: 数列  $\{b_n\}$  是等比数列;

(2) 设数列  $c_n = nb_n$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .